РЕПУБЛИКА СРПСКА
ЈУ СРЕДЊОШКОЛСКИ ЦЕНТАР ''НИКОЛА ТЕСЛА'' БРОД

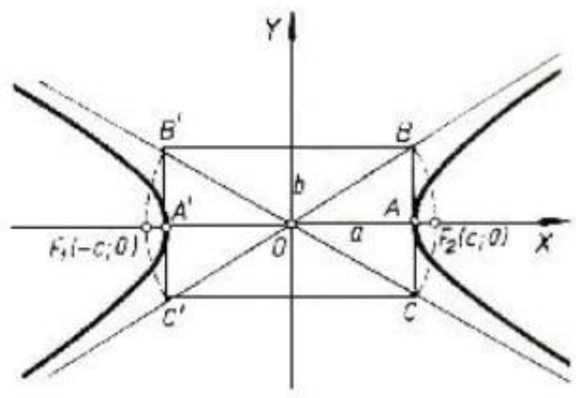
Ул. Краља Петра I Ослободиоца 7, 74450 Брод, тел: 053/610-094, факс: 053/610-093, web: www.ssntb.org, e-mail: ss47@skolers.org

ДАТУМ:	6. април 2021. године
РЕАЛИЗАТОР:	Анита Лучановић
РАЗРЕД , ОДЈЕЉЕЊЕ И ЧАС:	III 1
НАСТАВНИ ПРЕДМЕТ:	Математика
НАСТАВНО ПОДРУЧЈЕ:	Аналитичка геометрија
НАСТАВНА ЈЕДИНИЦА:	Хипербола
ТИП ЧАСА:	Обрада
ОЧЕКИВАНИ ИСХОДИ:	Ученик треба да дефинише хиперболу и наводи њене особине.

САДРЖАЈ ЧАСА:

<u>ХИПЕРБОЛА</u>

Дефиниција:
Хипербола *је скуп тачака у равни таквих да је за сваку од њих модуо растојања од двију фиксних тачака константан и различит од нуле.*



Дате фиксне тачке обиљежавамо са $F1$ и $F2$и називамо **жижама (фокусима**). Претпостаљамо да је њихово међусобно растојање $\mathbf{2}c$ $(c > 0)$, као и да је $\boldsymbol{F1}(-c, \mathbf{0})$ и $\boldsymbol{F2}(c, \mathbf{0})$. Означимо са $2a$ $(a > 0)$ модуо разлике растојања произвољне тачке хиперболе од фокуса.

Нека је $M(x, y)$ произвољна тачка хиперболе, по дефиницији је тада,

$$|\overline{MF1} - \overline{MF2}| = 2a.$$

С друге стране је

$$2c = \overline{F1F2} \geq |\overline{MF1} - \overline{MF2}| = 2a,$$

па је $c \geq \boldsymbol{a}$.

За $c = a$ је $\overline{F1F2} = |\overline{MF1} - \overline{MF2}|$ што је испуњено за све тачке двију полуправих које за граничне тачке имају $F1$ и $F2$ и допуњавају дуж $F1F2$ до реалне осе. Због тога ћемо убудуће претопостављати да је $c > \boldsymbol{a}$.

Као и у случају елипсе, однос $\frac{c}{a}$ називамо **ексцентрицитетом** хиперболе и обиљежавамо са **е**, тј. $\mathrm{e} = \frac{c}{a}$ (> 1).

Канонски облик једначине хиперболе је

$$\boldsymbol{\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1}.$$

Такође важи да је $\boldsymbol{b = \sqrt{c^2 - a^2}}$**.**

Величине a и b називамо **полуосама хиперболе**.

Тачке $\mathrm{A1}(-a, 0)$ и $\mathrm{A2}(a, 0)$ називамо **тјеменима хиперболе**.

Ако тачка $\mathrm{M}(x, y)$ припада хиперболи тада јој припадају и тачке$\mathrm{M1}(x, -y), \mathrm{M2}(-x, y)$ и $\mathrm{M3}(-x, -y)$. Дакле, хипербола је симетрична у односу на координатни почетак (центар хиперболе).

Праве $\boldsymbol{y = -\frac{b}{a}x}$и$\boldsymbol{y = \frac{b}{a}x}$ називамо **асимптотама хиперболе**. Особина ових правих је да им се тачке хиперболе приближавају за пороизвољно велике вриједности апсцисе x, као и да се хипербола налази у дијелу равни које се налази између асимптоте хиперболе и који садржиx осу.

Примјер 1

Одреди карактеристике и нацртај хиперболу $9\mathrm{x}^2 - 4y^2 = 36$.

Рјешење:

Прво одредимо канонски облике једначине хиперболе.

$$9\mathrm{x}^2 - 4y^2 = 36/:36$$

$$\frac{9\mathrm{x}^2}{36} - \frac{4y^2}{36} = 1$$

$$\frac{\mathrm{x}^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$$

Одавде је $a^2 = 4$, дакле $a = 2$и $\mathrm{b}^2 = 9$, па је $\mathrm{b} = 3$.

Да би одредили с користимо формулу $\mathrm{b} = \sqrt{\mathrm{c}^2 - \mathrm{a}^2}$.

$$3 = \sqrt{\mathrm{c}^2 - 4}$$

$$9 = \mathrm{c}^2 - 4$$

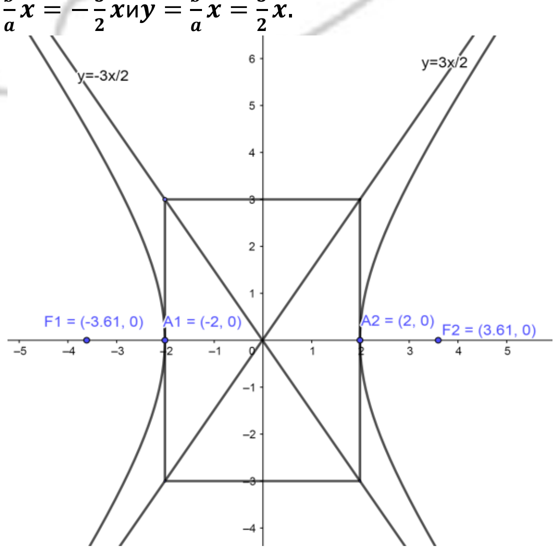
$$\mathrm{c}^2 = 13$$

$$\mathrm{c} = \sqrt{13}$$

Ексцентрицитет $\mathrm{e} = \frac{\sqrt{13}}{2}$.

Тјемена су $\mathrm{A1}(-2,0)$и $\mathrm{A2}(2,0)$.

Асимптоте су $\boldsymbol{y = -\frac{b}{a}x = -\frac{3}{2}x}$и$\boldsymbol{y = \frac{b}{a}x = \frac{3}{2}x}$.



Код цртања хиперболе, прво нацртати правоугаоник, затим дијагонале правоугаоника, а затим криву (хиперболу).

	Примјер 2 Одреди једначину хперболе у каконском облику ако је $\mathrm{e} = 2$ и $\mathrm{c} = 4$. Рјешење: Канонски облик једначине хиперболе је $$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1.$$ Дакле потребно је одредити a и b, $$\mathrm{e} = \frac{\mathrm{c}}{a}$$ $$2 = \frac{4}{a} \quad /\cdot a$$ $$2a = 4$$ $$a = \frac{4}{2}$$ $$a = 2$$ Да би одредили с користимо формулу $\mathrm{b} = \sqrt{\mathrm{c}^2 - a^2}$. $$\mathrm{b} = \sqrt{4^2 - 2^2}$$ $$\mathrm{b} = \sqrt{16 - 4}$$ $$\mathrm{b} = \sqrt{12} = \sqrt{4}\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$ Одавде је $$\frac{x^2}{2^2} - \frac{y^2}{\sqrt{12}^2} = 1$$ $$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$$
ЗАДАЋА:	1. Одреди карактеристике и нацртај хиперболу $6\mathrm{x}^2 - 24y^2 = 24$. 2. Одреди једначину хперболе у каконском облику ако је $\mathrm{e} = 3$ и $\mathrm{a} = 2$.
ЛИТЕРАТУРА:	• Математика за 3 разред средње школе • Збирка ријешених задатака из математике за 3 разред средње школе (Владимир Стојановић, Нинослав Ћирић)
ПРИЛОГ:	